

作业 11

1 Problem 1

列出关系 R 中的所有元素

1. $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4\}$, 且 $R = \{\langle x, y \rangle | x, y \in A \cup B\}$
2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2, 3\}$, 且 $R = \{x \in A \wedge y \in B \wedge x = y^2\}$

2 Problem 2

R 与 S 是定义在 A 上的关系, 试证明

$$R \circ (S \cup T) = (R \circ S) \cup (R \circ T)$$

3 Problem 3

R_1 与 R_2 都是定义在 A 上的关系, 他们的关系矩阵分别是

$$M_{R_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

求解下列关系的关系矩阵:

1. $R_1 \cup R_2$
2. $R_1 \cap R_2$
3. $R_1 \oplus R_2$
4. $R_1 \circ R_2$

4 Problem 4

对自然数集合 N . 定义在 N 上的关系 $R = \{\langle x, y \rangle | (x + y \equiv 2(\text{mod } 2))\}$ 是否具有对称性、自反性和传递性, 试分别证明或举例说明。

5 Problem 5

集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 定义在 A 上的关系 R 为

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$$

试**分别**构造 R_1 使得 $R \subseteq R_1, R_1 \neq E_A$, 并且:

1. R_1 是自反的
2. R_1 是对称的
3. R_1 是传递的

6 Problem 6

对 A 上的关系 R_1 和 R_2 , 判定下列命题的真假, 为真则给出证明, 为假则举出一个反例。

1. 若 R_1 和 R_2 是自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 是自反的
2. 若 R_1 和 R_2 是非自反的, 则 $R_1 \circ R_2$ 是非自反的
3. 若 R_1 和 R_2 是对称的, 则 $R_1 \circ R_2$ 是对称的
4. 若 R_1 和 R_2 是传递的, 则 $R_1 \circ R_2$ 是传递的