

Tutorial 1

2021/11/13

习题课内容

- 作业讲解
- Lab讲解
- 答疑

作业讲解

P 表示 Tom 是一个男生，Q 表示 Tom 是一个女生，那么 Tom 是一个男生或者 Tom 是一个女生表示为 () 。（提示：课本 1.5.2）

☐ 这些选项都不对

☐ $P \vee Q$

☐ $(\neg P) \vee (\neg Q)$

☒ $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

一个人不能同时是男生和女生

作业讲解

P 表示 Tom 生病了，Q 表示 Tom 在学习，则“Tom 在学习除非 Tom 生病了”表示为 ()。

☐ $P \vee Q$

☐ 这些选项都不对

☐ $P \rightarrow \neg Q$



☒ $\neg P \rightarrow Q$

如果没生病，那一定在学习

作业讲解

命题公式 $\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$ 的主合取范式中含极大项的个数为___



☐ 3

☐ 5

☐ 8

☐ 0

可以画真值表写出主合取范式，极大项数量等于真值表中F行的数量

作业讲解

P	Q	R	$\sim(P \wedge Q) \rightarrow R$
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	F

作业讲解

$$P \vee \neg P$$

上面公式的主合取范式是 () 。

☐ $P \vee \neg P$

☐ $P \wedge \neg P$

☐ 空

☐ P



该式子不存在主合取范式

作业讲解

$$P \wedge \neg P$$

上面公式的主析取范式是（ ）。

☐ P

☐ 空

☐ $P \wedge \neg P$

☐ $P \vee \neg P$

该式子不存在主析取范式

作业讲解

$\emptyset \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (Decide)$

$1^d \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$

现在反复使用 Unitpropagate rule, 最多可以推出多少个原子命题的真值 () 。

☐ 2

☐ 3

☐ 0

☐ 1



可以得到3是T

作业讲解

使用switch variable 把一个公式化成 CNF时，转换得到的公式与原本的公式必定等值。

☐ True

☒ False

可满足性等价，但不等值

作业讲解

$$\emptyset \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (Decide)$$

$$1^d \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

请用 DPLL 继续求解上面的式子，如果再次需要用到 decide rule，请先猜测 2 的真值是 T。那么中间需要用到 () 次 backtrack rule。

☐ 3

☐ 2

☐ 0

☐ 1

作业讲解

$$\emptyset \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (Decide)$$

$$1^d \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$1^d 3 \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (Decide)$$

$$1^d 3 2^d \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$1^d 3 2^d \bar{4} \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (BackTrack)$$

$$1^d 3 \bar{2} \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$1^d 3 \bar{2} \bar{4} \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (BackTrack)$$

$$\bar{1} \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$\bar{1} 3 \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$\bar{1} 3 4 \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4 \Rightarrow (UnitPropagate)$$

$$\bar{1} 3 4 \bar{2} \parallel 1 \vee 3, \bar{2} \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 2 \vee \bar{4}, \bar{1} \vee 3, \bar{2} \vee \bar{3} \vee 4, 1 \vee 4, \bar{1} \vee 2 \vee 4$$

作业讲解

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(y))$ 为 (?)



☐ 可满足式

☐ 矛盾式

☐ 永真式

☐ 无法判断

课本65页

作业讲解

当谓词变项取定为某个谓词常项，论域为D时，且个体词取定为 (?) 时 $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$ 为命题



- ☐ 无限制
- ☐ 个体变项
- ☐ 个体常项
- ☐ 个体域

本题没有自由变元，不需要把个体词变成个体常项

作业讲解

$$(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow P(a)$$

(多选题) 使用推理规则法证明上面这个式子时 () 。

☐ 必须使用三段论



☐ 必须使用假言推理

☐ 必须使用存在量词消去规则



☐ 至少使用两次全称量词消去规则

作业讲解

$$(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow P(a)$$

① $(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x))$

前提

② $(\forall x)\neg Q(x)$

前提

③ $\neg P(x) \rightarrow Q(x)$

① 全称量词消去

④ $\neg Q(x)$

② 全称量词消去

⑤ $\neg Q(x) \rightarrow P(x)$

③ 置换

⑥ $P(x)$

④⑤ 分离

⑦ $(\forall x)P(x)$

⑥ 全称量词引入

⑧ $P(a)$

⑦ 全称量词消去

务必按照格式进行推理

作业讲解

$$(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y)) \vee (\forall z)R(z)$$

上面公式的 Skolem 标准形是 () 。



☐ $(\forall x)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, f(x, z)) \vee R(z))$

☐ 这些都不对

☐ $(\forall x)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, a) \vee R(z))$

☐ $(\forall z)(\neg P(a) \vee Q(a, b) \vee R(z))$

前束范式不唯一，对量词的顺序没有规定，所以skolem标准形也不唯一

Lab1问题

- 河中有 n 个石头，Tom 和 Jerry 想要踩着石头过河，这些石头有两种状态，要么浮在水面上，要么沉在水底。河边有 m 个开关，控制石头的沉浮。**每个开关控制 1 或 2 个石头，每块石头被 1 或 2 个开关控制。**每次打开或关闭一个开关，这个开关控制的石头都会改变状态，从水下浮到水上或者从水上沉到水下。
- 一开始所有开关都是关闭的，石头有的在水上有的在水下。请利用 minisat 来判断如何控制这些开关使得**所有石头同时浮在水上。**

MiniSAT

```
int main()
{
    Solver solver;
    auto A = solver.newVar();
    auto B = solver.newVar();
    auto C = solver.newVar();

    // Create the clauses
    solver.addClause( ~mkLit(A), ~mkLit(B), mkLit(C));
    solver.addClause(~mkLit(A), ~mkLit(B), ~mkLit(C));
    solver.addClause( mkLit(A), ~mkLit(B), mkLit(C));

    // Check for solution and retrieve model if found
    auto sat = solver.solve();
    if (sat) {
        std::clog << "SAT\n"
        | | | << "Model found:\n";
        std::clog << "A := " << (solver.modelValue(A) == l_True) << '\n';
        std::clog << "B := " << (solver.modelValue(B) == l_True) << '\n';
        std::clog << "C := " << (solver.modelValue(C) == l_True) << '\n';
    } else {
        std::clog << "UNSAT\n";
        return 1;
    }
}
```

Lab1

- **重点**

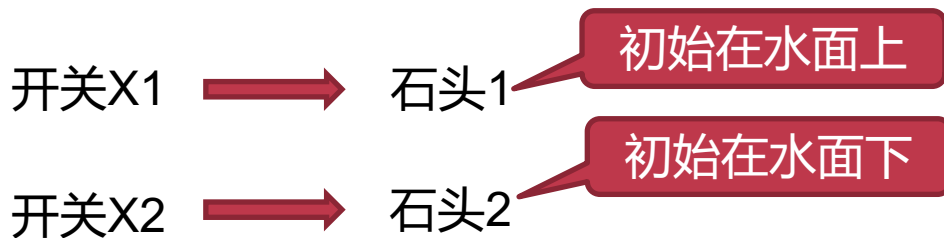
- 每个开关控制1或2块石头
- 每块石头被1或2个开关控制

- **思路：**

- 每个开关的状态用一个命题变项表示
- 第 i 个石头的状态用一个公式 P_i 表示， P_i 与开关状态有关
- 生成的公式为 $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots$

Lab1

- 简化情况，如果
 - 每个开关控制1块石头，每块石头被1个开关控制



$$\neg X1 \wedge X2$$

- 题目中每个石头被1或2个开关控制，解决思路基本相同

Q & A